**Physique des Objets Biologiques (PHY552)**
Maxime Dahan
Année 2016-2017

**Petite Classe n° 1**
**Vendredi 16 Septembre 2016**

# Natation à faible nombre de Reynolds

Nous allons nous intéresser à deux stratégies permettant la propulsion d'un objet de taille micronique dans un fluide de viscosité $\eta$ à petit nombre de Reynolds (c'est à dire quand les effets inertiels sont négligeables). Les deux stratégies consistent en l'utilisation d'appendices externes mobiles. Pour simplifier l'analyse, nous admettrons le résultat suivant : le coefficient de friction par unité de longueur d'un bâtonnet fin est $\xi_\perp = 2c\eta$ pour un mouvement perpendiculaire au bâtonnet, et $\xi_\parallel = c\eta$ pour un mouvement le long de son axe, où $c$ est un nombre d'ordre 1.

## 1 Mouvements ciliaires

Modélisons un nageur simpliste par un corps allongé de coefficient de friction $\gamma$ suivant $x$, dont la surface est couverte de deux "cils". La base de ces cils est mobile sur le corps, ils peuvent ainsi effectuer des mouvements périodiques par rapport à celui-ci, comme les bras d'un nageur (Figure 1).

1. Supposons qu'à un instant donné, les deux cils bougent à une même vitesse $v(t)$ selon $x$ par rapport au corps de l'objet. En faisant le bilan des forces agissant sur le cil et sur le corps, calculer la vitesse $U(t)$ du corps par rapport au fluide au loin.

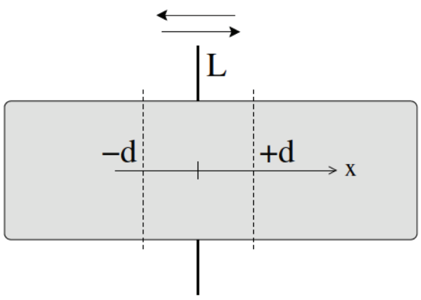


FIGURE 1 – *Schéma d'un nageur à deux cils*

A partir de là, on peut envisager (au moins) trois stratégies.

2. **Première stratégie**. On considère que les cils sont des bâtonnets rigides de longueur L, maintenus perpendiculaires à la surface de l'objet, dont la base effectue (par un mécanisme non précisé) une course périodique mais asymétrique de longueur $2d$ par rapport au corps : elle se déplace rapidement vers l'arrière de l'objet de $x = +d$ à $x = -d$ à la vitesse $v_1 = -2d/\tau_1$, puis revient lentement vers l'avant à la vitesse $v_2 = +2d/\tau_2$.

   Calculer la vitesse $U$ du corps par rapport au fluide environnant pendant chacune des deux phases. En déduire la vitesse moyenne $\langle U \rangle$ du nageur.
3. **Deuxième stratégie**. On complique maintenant un peu le cycle des cils qui comporte 4 phases : la phase 1 précedente, puis la moitié extérieure du cil fait un mouvement de rotation d'amplitude 90 degrés vers l'arrière en un temps $\tau$ (phase 1'). Le cil ainsi coudé revient par translation à sa position

basale de départ à une vitesse $v_2$ (phase 2), puis la moitié extérieure se redresse par rotation en $\tau$ (phase 2') ce qui achève le cycle.

Que vaut le coefficient de friction de chaque cil pendant les phases 1 et 2 ? En considérant que les déplacements du nageur pendant les deux phases 1' et 2' de changement de forme des cils se compensent, calculer le déplacement par cycle de ce nageur, et sa vitesse moyenne $\langle U \rangle$.

4. **Troisième stratégie**. On revient à la première stratégie, mais avec maintenant un ancrage élastique des cils rigides à leur base, avec un couple de rappel $M = -K\theta$ qui ramène les cils vers la position perpendiculaire $\theta = 0$ (verticale sur la figure 1).

   Déterminer la forme stationnaire des cils en fonction de la vitesse $v$. Quelles sont les valeurs de $v$ permettant que les cils soient significativement penchés lors du mouvement ? Montrer alors qualitativement que l'on peut obtenir une natation moyenne du corps vers l'avant (les $x > 0$). Comment faut-il choisir $v_1$ et $v_2$ ?

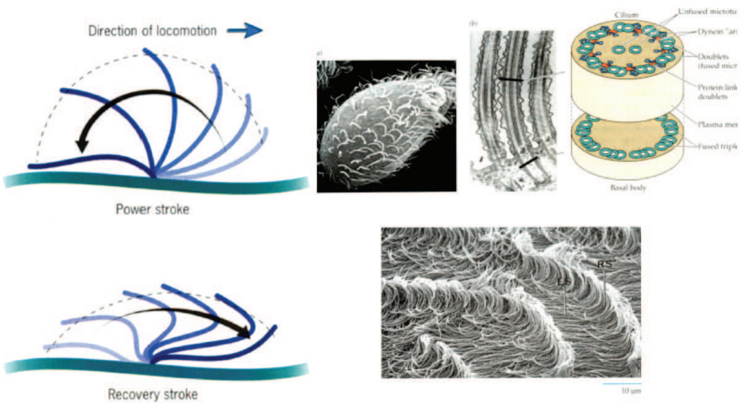


FIGURE 2 – *Mouvement du cil, photos et structure*

**Remarque :** Les mouvements ciliaires, qui servent à propulser des cellules (paramécies) ou à assurer l'écoulement le long de canaux, correspondent au mouvement d'avant en arrière de cils dont la base est fixe (mouvement en essuie-glace). Comme dans le premier cas, si les cils restaient droits, il n'y aurait pas d'effet moyen. De fait ils sont flexibles et le siège de contraintes internes induites par des protéines motrices, les dynéines, de sorte que leur mouvement d'aller-retour, s'il est périodique, est non réciproque (*i.e.* différent à l'aller et au retour) comme dans les stratégies 2 et 3.

## 2 Mouvements flagellaires

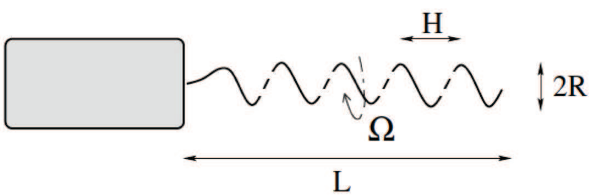


FIGURE 3 – *Schéma d'une bactérie mono-flagelle*

Une autre stratégie pour générer un mouvement correspond à utiliser un appendice totalement rigide mais hélicoidal, le flagelle, et à le faire tourner sur sa base (par exemple : bactérie Escherishia Coli). En modélisant ce flagelle par un filament fin (localement un bâtonnet), nous allons essayer d'estimer la force propulsive d'une telle "hélice".

5. Préliminaire : Si un bâtonnet de longueur $l$ fait un angle $\theta$ avec l'horizontale $x$ et se déplace à vitesse constante orientée suivant la verticale $z$, calculer la force de friction qui s'exerce sur ce bâtonnet, suivant $x$ et suivant $z$.
6. Considérons maintenant qu'on maintient le corps de la bactérie fixé par des moyens externes (par exemple en l'attachant à une surface). L'hélice à l'arrière est horizontale, de rayon $R$ et de pas $H$, et tourne autour de son axe à une vitesse angulaire $\Omega$ (figure 3).

   En faisant un bilan des forces sur l'hélice et sur le corps, montrer que "les moyens externes" exercent nécéssairement une force avec une composante horizontale sur le corps. Estimez cette force. Dans quel sens bouge la bactérie si on "relache" le corps ? Peut-on estimer ainsi l'ordre de grandeur de la vitesse de rotation $\Omega$ nécessaire pour propulser à quelques dizaines de microns par seconde une bactérie de longueur 2 $\mu m$ et de diamètre moitié (Figure 4) ?

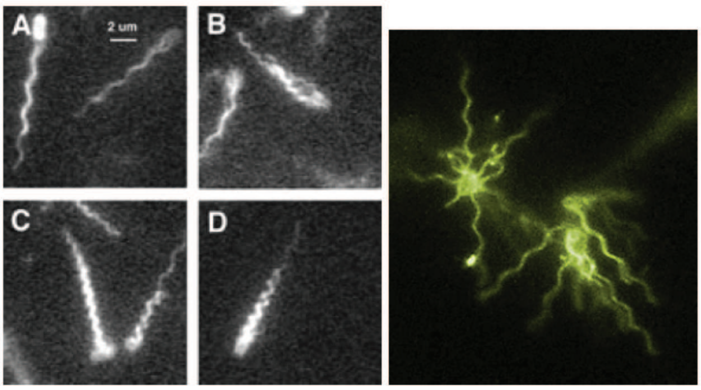


FIGURE 4 – *Bactéries E. Coli, avec flagelles assemblées en faisceau (bundles, à gauche), et séparés (à droite)*

**Remarque :** Points communs entre les deux exemples cités : (i) mouvements périodiques mais non réciproques, (ii) le mouvement des appendices natatoires est généré par des moteurs nanométriques : moteurs linéaires au sein du cil amenant sa flexion, moteur rotatif à la base de l'hélice.